

TD n°5

Application directe du cours (à savoir faire les yeux fermés !)
--

Exercice 1 :

Une source ponctuelle S_0 est placée à distance $d = 50$ cm d'un cache percé de deux trous d'Young T_1 et T_2 , ils sont placés de part et d'autre de l'axe (S_0z) , à égale distance $a = 0,5$ mm. On note (Ox) l'axe passant par T_1 et T_2 , O étant le milieu de ces points.

- 1- Un écran est situé à une distance $D = 1$ m du cache. On appelle C le point d'intersection de l'écran et de l'axe (Oz) . Soit M un point de l'écran de coordonnées (x,y) . Faire un schéma du problème et tracer le parcours des rayons issus de S_0 qui vont interférer en M . En notant n l'indice du milieu, définir la différence de marche $\delta_1(M)$ et l'exprimer en fonction de n et des distances pertinentes.
- 2- On considère dans la suite que l'expérience a lieu dans l'air. Que vaut n ? Exprimer la différence de marche $\delta_1(x,y)$ à l'ordre le plus bas non nul en x/D , y/D et a/D . Interpréter le résultat en termes de forme et direction des franges d'interférences.
- 3- La longueur d'onde du rayonnement est $\lambda = 450$ nm, préciser la valeur de l'interfrange. Quelle est la position de la frange centrale ?

La source ponctuelle S_0 est maintenant placée au foyer objet d'une lentille convergente \mathcal{L}_1 sur l'axe (S_0z) . La distance focale vaut $f_1' = 30$ cm.

- 4- Faire un schéma et calculer la nouvelle différence de marche $\delta_2(x,y)$ en un point M de l'écran. Quelle est la figure d'interférences obtenue ?

On ajoute une nouvelle lentille convergente \mathcal{L}_2 sur l'axe (S_0z) entre les trous et l'écran, tel que l'écran soit situé dans le plan focal image de \mathcal{L}_2 . La distance focale de la nouvelle lentille vaut $f_2' = 50$ cm.

- 5- Faire un schéma et calculer la nouvelle différence de marche $\delta_3(x,y)$ en un point M de l'écran. Quelle est la figure d'interférences obtenue ?
- 6- Où se situe la frange centrale si la source S_0 est déplacée d'une distance b selon l'axe (S_0x) ?

Exercice 2 :

Un interféromètre, qu'on ne cherche pas, dans un premier temps, à étudier, produit à partir d'une source ponctuelle primaire S_0 monochromatique ($\lambda = 633$ nm) deux sources secondaires S_1 et S_2 .

On place, entre ces deux sources secondaires et un écran, une lentille convergente \mathcal{L} tel que O , le milieu du segment $[S_1S_2]$ soit sur l'axe optique de la lentille. L'écran est placé dans le plan focal de la lentille avec $f' = 50$ cm.

La droite (S_1S_2) est perpendiculaire à l'axe optique et la distance S_1S_2 vaut $a = 10^{-4}$ m. S_1 est au-dessus de S_2 .

Les dimensions transversales sont suffisamment petites pour que l'approximation de Gauss soit valable.

- 1- Rappeler ce qu'est l'approximation de Gauss et faire un schéma correspondant à la description précédente.
- 2- Si les deux sources S_1 et S_2 vibrent en phase, quelles sont les positions des franges brillantes sur l'écran ? Où se trouve la frange centrale ?
- 3- On suppose maintenant que les deux sources S_1 et S_2 sont déphasées telle que la vibration de la source S_1 en avance d'une phase $\Delta\varphi > 0$ par rapport à la vibration de S_2 .

Quelle est la modification induite sur la figure d'interférences par ce déphasage ? Vérifier ce résultat en recherchant la position de la frange centrale sur l'écran. Commenter le sens de déplacement de cette frange.

On cherche dans la suite à illustrer divers moyens permettant de produire ce déphasage $\Delta\phi$.

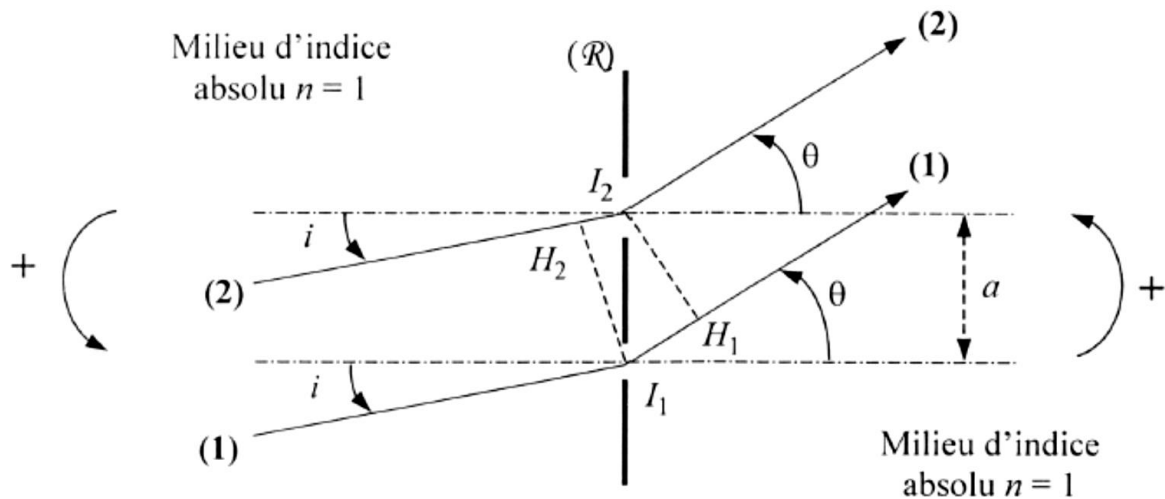
- 4- Si la source S_0 est située à une distance d d'un cache percé de deux trous d'Young jouant le rôle des deux sources S_1 et S_2 , où peut-on placer S_0 pour obtenir $\Delta\phi > 0$?
- 5- On place en fait la source à l'infini, c'est-à-dire dans le plan focal objet d'une lentille convergente \mathcal{L}_0 de distance focale $f_0' = 30$ cm. Montrer par un schéma que les rayons incidents sur les trous d'Young sont inclinés par rapport à l'axe, si la source n'est pas sur l'axe optique de \mathcal{L}_0 .
- 6- En déduire une expression de la distance de la source à l'axe pour obtenir une valeur donnée de $\Delta\phi$.
- 7- Lorsque l'ensemble du dispositif interférentiel est envisagé, quelle propriété optique simple trouve-t-on entre le point source S_0 et le point de la frange centrale située dans le plan contenant l'axe optique et S_0 ?

La source S_0 est maintenant située au foyer objet F_0 de la lentille convergente \mathcal{L}_0 , c'est-à-dire sur l'axe optique. On place devant le trou inférieur S_2 une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e selon la direction de l'axe optique et d'indice n .

- 8- Exprimer le déphasage $\Delta\phi$ et commenter le signe.

Exercice 3 :

Un réseau par transmission comporte N fentes fines, parallèle séparées par une distance a . Ce réseau est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ avec une incidence i .



- 1- Exprimer δ la différence de marche (comptée positivement) entre les deux rayons (1) et (2).
- 2- Exprimer la condition d'interférences constructives des N ondes et en déduire les angles θ_k des maxima principaux de lumière diffractée d'ordre k .
- 3- Décrire le principe de la construction d'un réseau par transmission.

La déviation D_k d'un des rayons émergents est l'angle que fait sa direction de propagation avec celle de la lumière parallèle incidente définie par i .

- 4- Proposer le schéma d'un dispositif qui permet d'observer et de repérer les directions de ces maxima principaux.
- 5- Exprimer la déviation D_k en fonction de θ_k et i .
- 6- On varie l'angle d'incidence i , on remarque que pour certaines valeurs de i notées $i_{m,k}$, la déviation D_k présente un minimum non nul noté $D_{m,k}$.

Montrer la relation $i_{m,k} = \pm\theta_k$.

7- Exprimer $D_{m,k}$ en fonction $i_{m,k}$ et en déduire la relation entre $D_{m,k}$, k , λ et a .

8- Des mesures donnent les résultats suivants :

Lampe spectrale	Radiation	λ (nm)	Ordre k	$D_{m,k}$ (degrés)
Mercure	Vert	546,1	2	35,32
Hélium	Jaune	?	2	38,11

Calculer le nombre de traits par mm du réseau et la longueur d'onde de la raie jaune de l'hélium.

Exercices classiques (difficulté de facile à moyenne)

Exercice 4 :

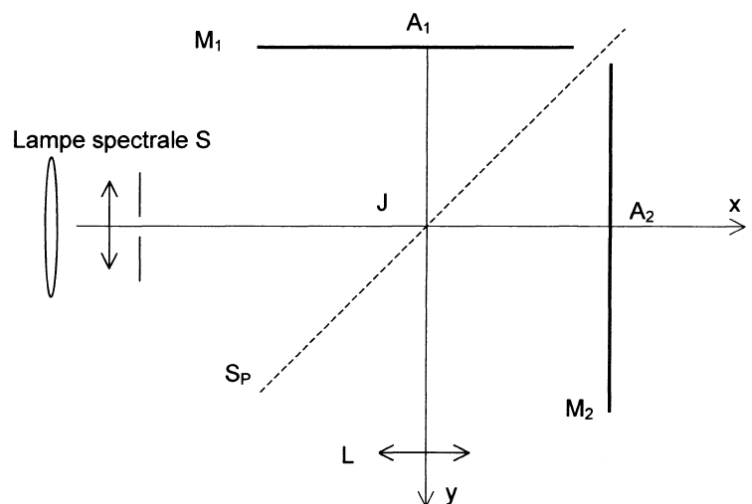
On réalise l'expérience des trous d'Young, mais avec trois trous équidistants de a , le trou central étant situé sur l'axe optique ainsi que la source.

- 1) Quel montage optique permet d'éclairer les trous par une onde plane, de sorte que les trois trous soient sur la même surface d'onde ? Quel montage optique permet de faire en sorte que les rayons convergeant en un point M de l'écran proviennent de trois rayons parallèles sortant des trous d'Young ? Faire le schéma complet.
- 2) Calculer la différence de marche entre les différents rayons interférant en un point M de l'écran. On choisira le rayon passant par le trou central comme origine des phases.
- 3) Quelle est l'intensité lumineuse observée sur l'écran ? On notera I_0 l'intensité obtenue avec un seul des trois trous. Tracer l'allure de l'intensité sur l'écran. Que vaut l'interfrange ?
- 4) Essayer de prédire l'allure pour N fentes (nombre de minima et de maxima secondaires entre deux maxima principaux, largeur des pics principaux).

Exercice 5 (classique, à savoir faire):

Soit un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air avec $e = 1,1$ mm ($JA_2 > JA_1$).

- 1- Préciser en quoi consiste ce type de réglage et montrer par un schéma que le phénomène d'interférences observé est équivalent à une lame d'air à faces parallèles. Où vont interférer les deux rayons issus de l'interféromètre ? Où doit-on placer l'écran pour les observer ?
- 2- Calculer la différence de marche en fonction de i l'angle d'inclinaison des rayons émergents par rapport à l'axe (Jy) et de la distance e . En déduire l'ordre d'interférence p et l'intensité lumineuse sur l'écran.



- 3- La source est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 546,1$ nm. Calculer l'ordre d'interférence et les rayons des trois premiers anneaux brillants avec une lentille de focale $f = 1$ m. De même pour les trois premiers anneaux sombres. On se limitera à une analyse à l'ordre deux en i . Que remarque-t-on ?

4- On place sur le bras JA_1 et parallèlement au miroir M_1 une lame transparente à faces parallèles d'épaisseur $e' = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,15117$. Calculer la variation, due à l'introduction de cette lame, de l'ordre d'interférence au **centre de l'écran**.

Questions suivantes pour les 5/2 uniquement :

5- A partir du contact optique on fait tourner le miroir M_2 d'un angle α . Montrer à l'aide d'un schéma que le dispositif est équivalent à un coin d'air d'angle α .

6- Comment éclairer le coin d'air sous incidence normale ?

7- D'où semblent provenir les rayons émergents de l'interféromètre ? En déduire la localisation de la figure d'interférences.

8- Pour observer une image nette et agrandie des interférences sur un écran, on utilise une lentille convergente L' de distance focale $0,2 \text{ m}$ et un écran. La lentille est placée à $0,25 \text{ m}$ du miroir M_1 . Préciser la position de l'écran et calculer le grandissement.

9- Au voisinage du miroir M_1 la différence de marche vaut $\delta = 2\alpha x$, x étant nul pour le point A_1 . Caractériser le système de franges sur l'écran.

10- On éclaire le coin d'air en lumière blanche, qu'observe-t-on sur l'écran ? Expliquer pourquoi l'observation des franges en lumière blanche devient plus étroite si l'angle α augmente.

Exercice 6 :

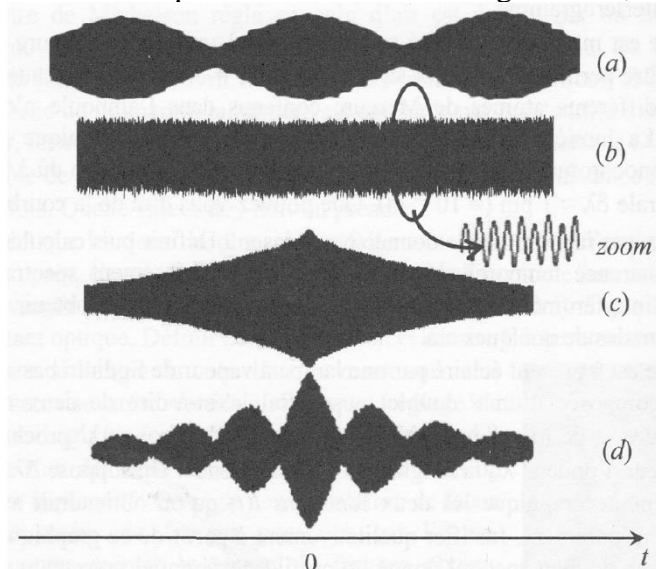
À l'aide d'un interféromètre de Michelson motorisé réglé en lame d'air, on enregistre différents interférogrammes avec différentes sources lumineuses :

1. laser,
2. lampe à vapeur de mercure haute pression associée à un filtre isolant la raie verte,
3. lampe à vapeur de sodium basse pression,
4. lampe à vapeur de mercure haute pression associée à un filtre isolant le doublet jaune.

On rappelle :

- pour le doublet jaune du mercure $\Delta\lambda = 2,1 \text{ nm}$.
- pour le doublet jaune du sodium $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$.

Associer chaque source à son interférogramme a, b, c, d.



Exercice 7 :

Un interféromètre a permis d'obtenir deux ondes planes progressives monochromatiques, de même pulsation, dont les vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 font un angle 2α entre eux.

Ces ondes sont cohérentes et interfèrent. On note \underline{a}_1 et \underline{a}_2 les amplitudes complexes respectives de la vibration scalaire associée à chaque onde. Ces amplitudes ont la même expression au point O, origine de l'espace :

$$\underline{a}_1(O, t) = \underline{a}_2(O, t) = A_0 \exp(i\omega t)$$

- 1- Justifier que les grandeurs $\varphi_1(M)$ et $\varphi_2(M)$ telles que : $\varphi_1(M) = -\vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM}$ et $\varphi_2(M) = -\vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{OM}$ sont pertinentes pour étudier les interférences en un point M quelconque de l'espace.
- 2- \vec{k}_1 et \vec{k}_2 permettent de définir un plan, que l'on assimile à (xOy), de sorte que \vec{k}_1 et \vec{k}_2 soient symétriques par rapport à l'axe (Ox). Exprimer les composantes de \vec{k}_1 et \vec{k}_2 en fonction de la longueur d'onde λ et de l'angle α .
- 3- Calculer le déphasage $\Delta\varphi$ entre ces deux ondes en un point M de l'espace.
- 4- Décrire la figure d'interférences obtenue dans le plan (yOz).

Exercice 8 :

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et motorisé : le miroir chariotable est accouplé à un moteur pas à pas qui translate le miroir à vitesse constante V. On observe les franges d'interférence dans le plan focal image d'une lentille convergente. On place un photorécepteur de petite dimension au foyer image F0, qui délivre un signal I(t) proportionnel à l'éclairement reçu, appelé interférogramme, enregistré et numérisé par un système d'acquisition. L'expérience est réalisée dans l'air ($n = 1$).

1°) On part du contact optique à l'instant $t = 0$. On appelle δ la différence de marche entre les ondes interférant au niveau du photorécepteur. Relier δ à t.

2°) L'interféromètre est d'abord éclairé par un laser He-Ne, dont on supposera l'émission parfaitement monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 632,8$ nm (valeur supposée connue à 0,1 nm près).

a) Montrer que l'interférogramme est de la forme :

$$I(t) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi Vt}{\lambda_0}\right) \right)$$

où I_0 est une constante qu'on ne cherche pas à exprimer.

b) On enregistre 100 franges (à une frange près) en 57,5 s. En déduire la valeur de la vitesse V du miroir mobile et son incertitude de mesure.

3°) L'interféromètre est maintenant éclairé par une lampe à vapeur de mercure basse pression, associée à un filtre permettant d'isoler la raie verte ($\lambda_v = 546,1$ nm). La lumière émise par l'ensemble de la vapeur atomique n'est pas parfaitement monochromatique : son spectre présente un profil gaussien de largeur spectrale $\delta\lambda \approx 1$ pm.

a) Pourquoi ce spectre n'est pas constitué d'une simple raie ?

b) Définir puis calculer la valeur de la longueur de cohérence temporelle L_c associée à cet élargissement spectral. Cette valeur est-elle accessible expérimentalement avec un interféromètre de Michelson du laboratoire d'optique ?

4°) L'interféromètre est à présent éclairé par une lampe à vapeur de sodium basse pression, dont l'émission est composée d'un doublet spectral (deux raies supposées monochromatiques et de même intensité, de longueur d'onde λ_1 et λ_2 proches). On note $\Delta\lambda$ l'écart de longueur d'onde et λ_m la longueur d'onde moyenne. On a $\Delta\lambda \ll \lambda_m = 589$ nm.

- a) Pour quelles valeurs de la variation de l'ordre d'interférences p observe-t-on un brouillage du système de franges ? Lorsque le contraste s'annule, on parle d'anti-coïncidences : justifiez l'expression.
- b) En déduire que la variation de différence de marche $\Delta\delta$ correspondant à une période des anti-coïncidences s'écrit : $\Delta\delta = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$.
- c) Un logiciel permet de compter environ 1000 oscillations de $I(t)$ entre deux anti-coïncidences. En déduire l'écart $\Delta\lambda$ du doublet, sachant que $\lambda_m = 589 \text{ nm}$. Calculer le déplacement du miroir mobile correspondant à la première anti-coïncidence en partant du contact optique.

Exercices demandant davantage de maîtrise

Exercice 9 (résolution de problème) :

Dans certains instruments d'optique, on ne souhaite pas avoir de reflet causé par les dioptres (par exemple les lentilles des appareils photographiques).

On constate que ces dioptres en verre sont recouverts d'une couche de fluorure de magnésium d'indice $n = 1,38$.

Quelle épaisseur doit-on choisir pour cette fine couche afin de supprimer le reflet lumineux ?

Exercice 10 (difficile) :

On éclaire un système de deux trous d'Young par une source ponctuelle de spectre étendue. On modélise ce spectre par un profil rectangulaire entre les fréquences ν_1 et ν_2 . On appelle ν_0 la fréquence centrale du spectre, c'est-à-dire la moyenne des fréquences ν_1 et ν_2 .

- 1) Que dire des intensités résultant des différentes fréquences de la source ? En déduire un raisonnement permettant de calculer l'intensité observée sur l'écran.
- 2) Que vaut l'intensité dI_S d'un rayon émis par la source entre les fréquences ν et $\nu+d\nu$?
- 3) On note $\delta(M)$ la différence de marche des deux rayons interférant en M . Etablir l'expression de l'intensité dI sur l'écran correspondant aux fréquences entre ν et $\nu+d\nu$.
- 4) Montrer que l'intensité totale vaut : $I(M) = 2I_0 \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi\delta(M)\Delta\nu}{c} \right) \cos \left(\frac{2\pi\nu_0\delta(M)}{c} \right) \right)$
où I_0 est une constante, $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ et $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.
- 5) Interpréter physiquement cette expression et tracer $I(\delta)$.
- 6) Etablir une condition pour que les interférences soient observables.

Critiquer le modèle en étudiant ce qui se passe quand $\delta(M)$ augmente.

Exercice 11 (extrait Banque PT 2016) :

Principe de l'épitaxie par jet moléculaire :

Cette technique consiste à envoyer des molécules (ou atomes) à la surface d'une couche monocristalline déjà formée, le substrat, pour qu'elle s'accroche à la surface (cf. Figure B.1). Les molécules arrivent sur la surface avec un débit relativement lent et dans un vide très poussé. On peut ainsi contrôler le nombre de molécules qui se fixent sur le substrat de manière à arrêter le processus juste quand une couche est entièrement formée. On peut alors soit terminer la croissance du substrat, soit changer le type de molécule apportée de manière à former une couche de nature différentes : on parle, dans le cadre de l'électronique des semi-conducteur, de « jonction abrupte ».

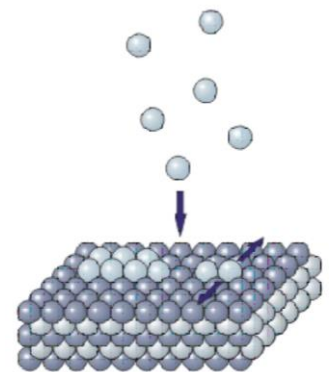


Figure B.1 : Croissance par couche.

Principe de l'analyse RHEED :

Le contrôle de la croissance d'une monocouche se fait en temps réel au moyen d'une technique appelée diffraction d'électrons de hautes énergies en incidence rasante (en anglais RHEED). Le principe est d'envoyer des électrons d'énergie élevées sur le cristal en formation. Les électrons arrivant en incidence rasante, ils ne pénètrent pas dans le cristal et n'interagissent qu'avec la surface : on obtient donc une information uniquement sur la surface du cristal (ce qu'on cherche!).

A la surface, les électrons vont être diffractés par chaque atome de Gallium du réseau cristallin. L'observation de la figure de diffraction (forme et intensité) donne des informations sur la structure de la couche formée et sur l'état d'avancement de la couche.

Modèle étudié :

Pour simplifier l'étude, on considérera une ligne d'atomes de Gallium uniformément répartis et non une surface. On limitera l'étude au plan d'incidence, c'est-à-dire le plan formé par le faisceau unidirectionnel incident d'électron et la « ligne » d'atomes de Gallium.

Soit un faisceau d'électron monodirectionnelle et monocinétique (tous les électrons ont la même énergie cinétique) arrivant sur une ligne d'atomes de Gallium avec un angle θ_0 (angle entre la ligne d'atomes et le faisceau (cf. Figure B.7)). Chaque atome agit comme un obstacle qui diffracte le faisceau incident dans toutes les directions de l'espace. On note θ l'angle entre la ligne d'atomes et un rayon électronique diffracté.

On place en aval une lentille convergente de distance focale f' et un écran fluorescent dans le plan focal image de la lentille. Les tâches lumineuses sur l'écran sont proportionnelles à l'intensité du faisceau électronique incident.

Données :

Distance entre deux atomes de Gallium successifs à la surface : $a = 0,3 \text{ nm}$

Ordre de grandeur de la taille d'un atome de Gallium : $r_{Ga} \approx 130 \text{ pm}$

Énergie cinétique des électrons émis $E_c = 1 \times 10^4 \text{ eV}$ (on prendra $1 \text{ eV} = 2 \times 10^{-19} \text{ J}$)

Distance focale de la lentille $f' = 50 \text{ cm}$

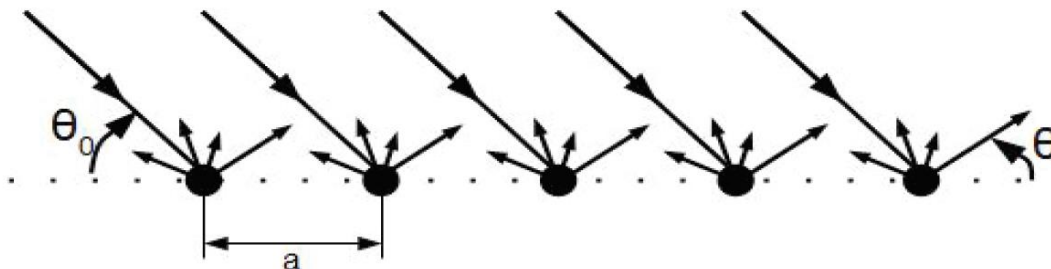


Figure B.7 : Diffraction du faisceau électronique sur le réseau d'atomes.

- 1- La relation de De Broglie s'écrit $p = h/\lambda$. Quel aspect dual de la matière souligne-t-elle ?
- 2- Justifier qu'un faisceau électronique dit "monocinétique" est aussi un faisceau électronique "monochromatique", c'est-à-dire ne possédant qu'une seule longueur d'onde λ . Déterminer l'expression puis la valeur numérique de λ (on négligera toute considération relativiste, bien qu'en réalité, les vitesses mises en jeu sont très importantes).
- 3- Dans quel cas le phénomène de diffraction devient-il non négligeable ? Est-on dans cette configuration ici ?

Le traitement du faisceau étant ondulatoire, nous allons étudier la figure obtenue comme s'il s'agissait d'une figure d'interférences obtenues par un faisceau lumineux. On considère donc des ondes planes de longueur d'onde λ arrivant sur les atomes assimilables à des objets ponctuels diffractant. On se limite dans un premier temps à la diffraction par deux atomes de

Gallium seulement. On considère deux rayons incidents sur ces deux objets et les deux rayons diffractés dans la direction θ issus des ces deux rayons incidents (cf. Figure B.8).
 On veut déterminer l'intensité lumineuse sur l'écran. On note O le centre optique de la lentille.
 On rappelle que l'écran est placé dans le plan focal image de la lentille.

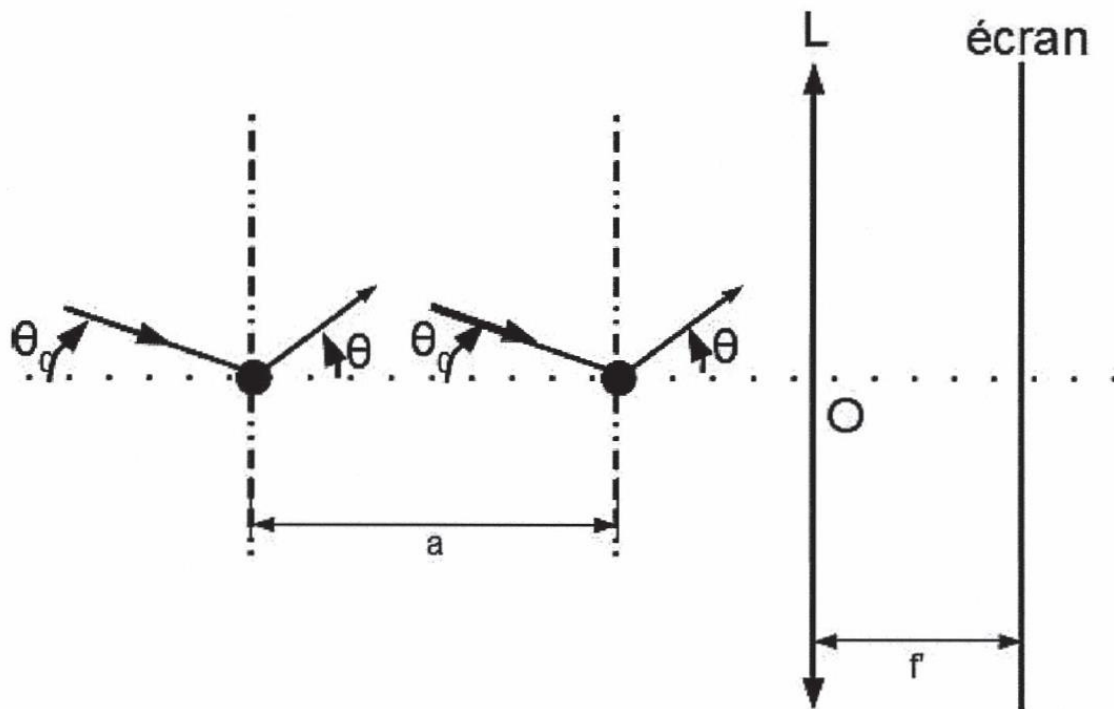


Figure B.8 :

- 4- Reprendre le schéma de la Figure B.8 et prolonger le tracé des deux rayons diffractés. En déduire que ces deux rayons vont interférer sur l'écran.
- 5- Déterminer la différence de marche entre les deux rayons sur l'écran. En déduire que les directions θ donnant lieu à des interférences constructives doivent vérifier :

$$\cos \theta = \cos \theta_0 + m \frac{\lambda}{a}$$

avec $m \in \mathbb{N}$

On considère maintenant la ligne composée de N objets.

- 6- Justifier soigneusement que les positions des maxima d'intensité sont toujours les positions déterminées à la question 5.
- 7- Déterminer les positions x_m des maxima d'intensité sur l'écran. On se placera dans le cadre de l'approximation de Gauss. On donne pour $\alpha \ll 1$:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

- 8- Pour obtenir un maximum d'informations, il est préférable d'augmenter le nombre de maxima d'intensité observables. Est-il préférable dans ces conditions d'utiliser des faisceau de haute ou de basse énergie ?

L'étude précédente peut se généraliser pour une surface et une ligne d'atomes mais elle n'est valable que si la monocouche est entièrement remplie (pas de "trous" ou de "bosses" d'atomes). Une étude expérimentale a montré que l'intensité d'un point de la figure d'interférences (un maxima par exemple) va osciller lorsque la monocouche se remplit. L'intensité est maximale quand la couche commence à se remplir (la couche inférieure est remplie). Au fur et à mesure que la couche d'atome se remplit, l'intensité sur l'écran diminue jusqu'à ce que la moitié de la surface ait été remplie puis l'intensité augmente à nouveau jusqu'à être maximale quand la

couche est finie d'être remplie). On a représenté Figure B.9 la mesure d'intensité d'un pic d'interférence constructive pendant la croissance d'une surface de Gallium.

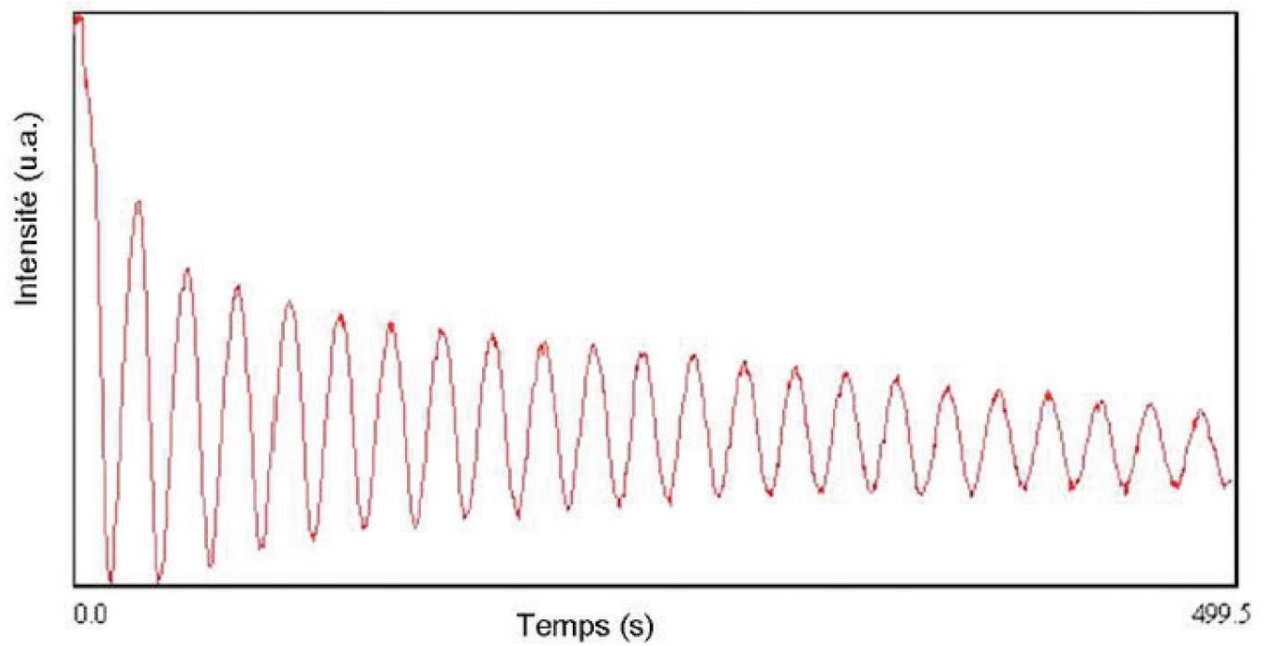


Figure B.9

9- Combien de couche ont été formées durant la mesure ?

10- Proposer une explication de la décroissance de l'amplitude des oscillations mesurée au fur et à mesure de la formation.