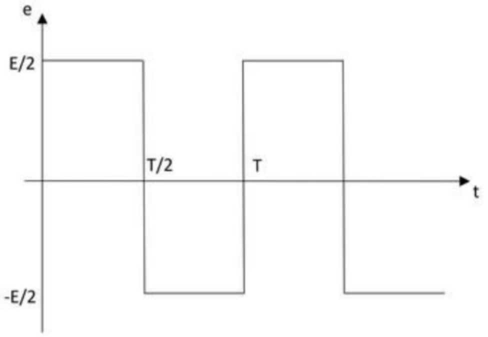
TD n°2

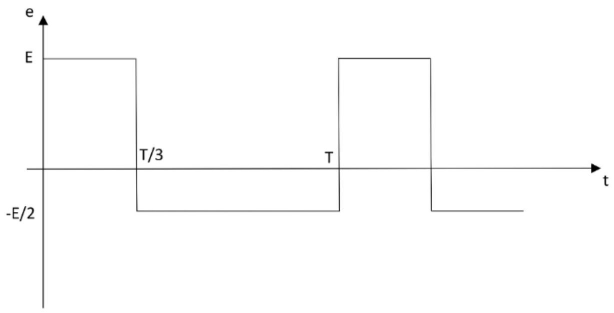
Application directe du cours (à savoir faire les yeux fermés !)

Exercice 1 :
Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace des signaux suivants :

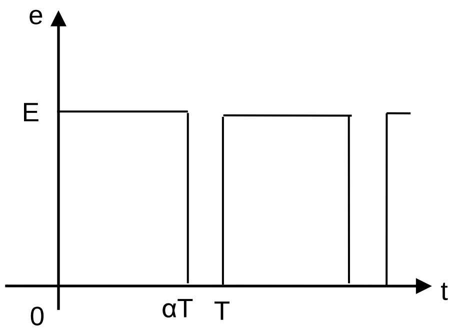
1- $e(t) = 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$
2- $e(t) = 4\cos(\omega t) - 3$
3-



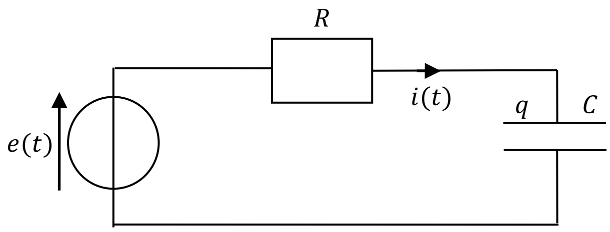
4-



5-

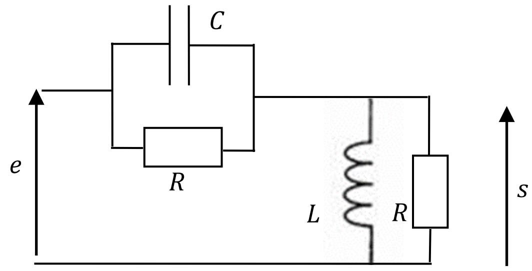


Exercice 2 :
Soit le circuit RC série suivant :



1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par le courant.
2- Le générateur de tension est allumé à $t = 0$ et délivre une tension continue $e(t) = E$, le condensateur est initialement chargé avec une charge $q(0) = CE/2$. En déduire l'expression de $i(t)$. Représenter le courant en fonction du temps.
3- Etablir l'expression de $u_c(t)$, la tension aux bornes du condensateur en convention récepteur. Que vérifie-t-elle pour $t \longrightarrow +\infty$? Comment, à l'aide d'un schéma équivalent, le montrer sans aucun calcul ?
4- On se place maintenant en régime sinusoïdal forcé avec $e(t) = E\cos(\omega t)$.
   a) Montrer que le courant est de la forme $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$.
   b) Etablir l'expression de I et de φ. Que vaut la valeur efficace du courant ?

c) Etablir l'expression de la tension $u_c(t)$.
d) La tension u_c est-elle en avance ou en retard par rapport à la tension du générateur ?



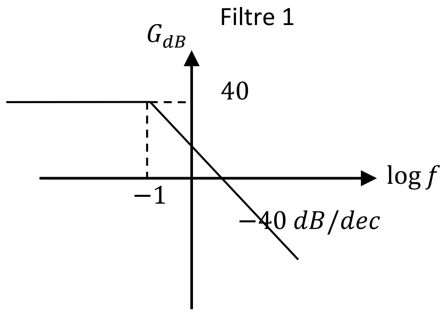
Exercice 3 :

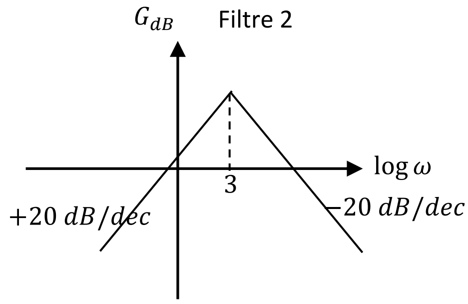
Soit le filtre suivant :

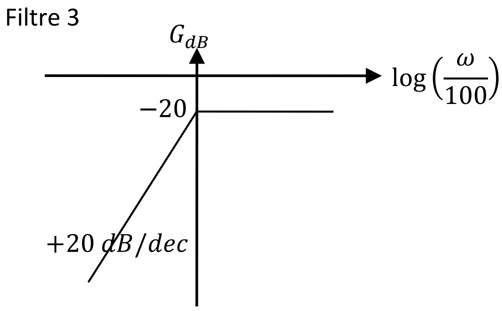
1- Etablir sa nature sans calcul.
2- Etablir sa fonction de transfert.

Exercice 4 :

Soient les diagrammes de Bode asymptotiques suivants :







1- Dans chaque cas dire de quel type de filtre il s'agit, son ordre et proposer une fonction de transfert en tenant compte des valeurs numériques sur les diagrammes.
2- Précisez quels sont les filtres qui peuvent jouer le rôle d'intégrateur et dans quel domaine de fréquence. Même question pour le rôle de dérivateur.

Exercice 5 :

Soit la tension suivante : $e(t) = 3\cos\left(2\omega_0 t - \frac{\pi}{4}\right)$

1- Représenter son spectre.

Ce signal est mis à l'entrée d'un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{2}{1 - 3j\dfrac{\omega_0}{\omega}}$$

2- De quel type de filtre s'agit-il ?
3- Etablir l'expression de la tension de sortie $s(t)$ du filtre.
4- Reprendre toutes les questions précédentes avec la tension :

$$e_1(t) = 1{,}5 + 3\cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{4})$$

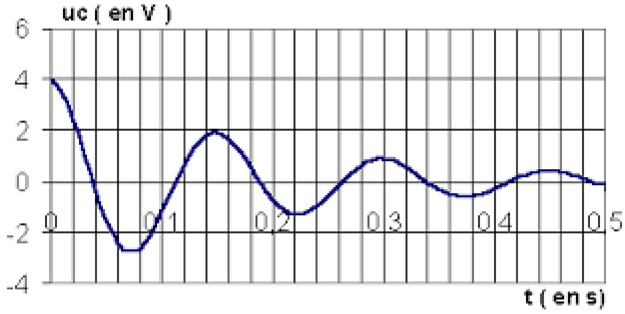
Puis le signal :

$$e_2(t) = 3\cos(2\omega_0 t - \frac{\pi}{4}) + 2\sin(\omega_0 t)$$

Exercices classiques (difficulté de facile à moyenne)

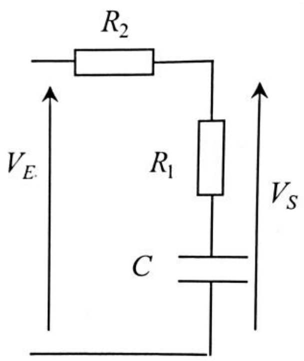
Exercice 6 : (extrait oral ENSAM 2015) :

Soit un circuit RLC série. L'oscillogramme de la tension aux bornes de la résistance est donné ci-dessus.



1- Donner le schéma électrique permettant d'obtenir ce signal aux bornes de la résistance.
2- Montrer que cette tension peut s'écrire sous la forme $u(t) = R\, I \exp(-t/\tau) \cos(\omega_0\, t + \varphi)$.
3- Proposer un moyen de trouver τ et ω_0 à partir de l'oscillogramme et évaluer les incertitudes.

Exercice 7 :



On étudie le circuit suivant :
Avec C = 10 nF, R_1 = 10 kΩ, R_2 = 90 kΩ.
1- A l'aide d'un raisonnement qualitatif, déterminer la valeur du gain en basse fréquence et en haute fréquence.
2- Déterminer la fonction de transfert et la mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1 + j\tau_1\omega}{1 + j\tau_2\omega}$$

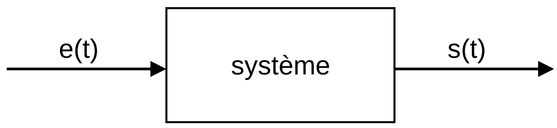
3- Tracer le diagramme de Bode.
4- Déterminer la pulsation de coupure.
5- Donner l'équation différentielle reliant V_E et V_S.
6- L'entrée est un signal de la forme : $V_E = U \cos^2(\omega_E t)$ avec U = 1 V et $\omega_E = 5.10^4$ rad/s. Déterminer le signal de sortie.
7- L'entrée est maintenant un échelon de tension : pour t < 0 V_E = 0 et pour t > 0 V_E = U. Le condensateur étant initialement déchargé, déterminer l'expression du signal de sortie. Le tracer.

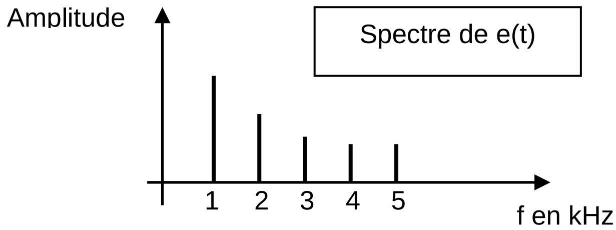
Exercice 8 :

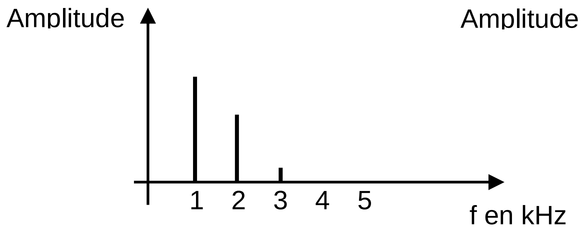
I Quelques généralités:

I.1 Soit un système physique qui à une grandeur d'entrée fonction du temps e(t) fait correspondre une grandeur de sortie fonction du temps s(t). A quelle condition ce système peut-il être dit linéaire ?

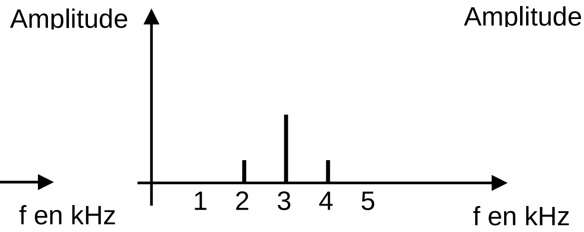
I.2. On étudie expérimentalement le transfert de plusieurs systèmes (système 1, système 2, système 3) à l'aide d'un analyseur de spectre numérique ; pour cela on applique à leur entrée le même signal e(t). On donne ci-dessous les spectres de Fourier du signal e(t) et ceux des signaux obtenus en sortie des trois systèmes.
I.2.a. Qu'appelle-t-on spectre de Fourier d'un signal périodique s(t) ?
I.2.b. Le système 1 est-il linéaire ? Quel est son rôle ?
I.2.c. Qu'en est-il des systèmes 2 et 3 ?



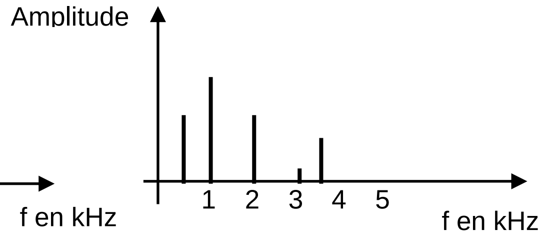




Système 1: spectre de s(t)

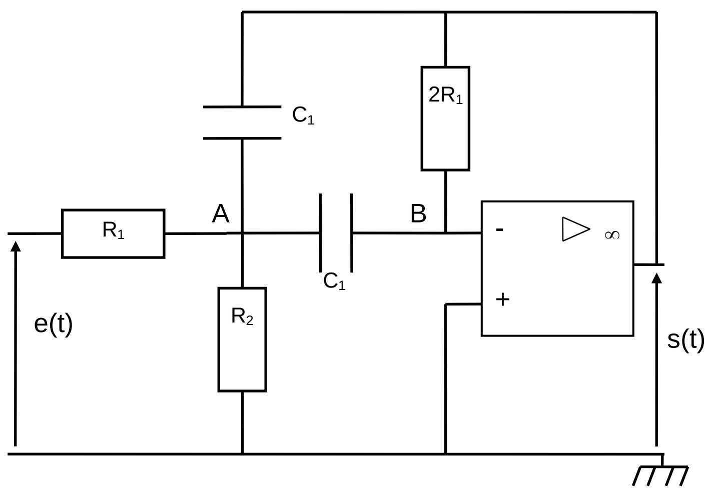


Système 2: spectre de s(t)



Système 3: spectre de s(t)

II Filtre sélectif.



On étudie le montage ci-contre:

L'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire

II.1. Fonction de transfert.

On impose à l'entrée une tension e(t) sinusoïdale de pulsation ω.

II.1.a. On définit la fonction de transfert en tension $\underline{T}(\omega)=\underline{s}(t)/\underline{e}(t)$. Montrer que la fonction de transfert ne dépend pas du temps.

II.1.b. Pourquoi utilise-t-on une tension sinusoïdale pour étudier un filtre linéaire ?

II.1.c. On admet (5/2 : établir la fonction de transfert) que l'on peut mettre $\underline{T}(\omega)$ sous la forme

$$\underline{T}(\omega) = \frac{-1}{1 + j\left(R_1C_1\omega - \dfrac{1}{R_eC_1\omega}\right)} \quad \text{avec } R_e = \frac{2R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

II.1.e. Mettre $\underline{T}(\omega)$ sous la forme canonique $T(\omega) = \dfrac{-1}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$ et identifier Q et ω_0 en

fonction de R_1, R_2 et C_1.

II.2. Etude du gain.

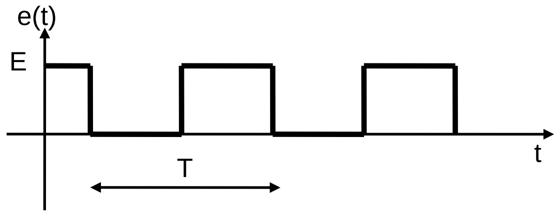
On étudie $T(\omega) = |\underline{T}(\omega)|$,

II.2.a. Montrer que $T(\omega)$ passe par un maximum pour une valeur de ω que l'on exprimera.

II.2.b. Définir, puis calculer les pulsations de coupure à - 3 dB en fonction de ω_0 et Q.
En déduire la bande passante B_ω .
II.2.c. Déduire de ce qui précède une interprétation possible du facteur de qualité Q.
II.2.d. Tracer le diagramme de Bode en amplitude et en phase de la fonction de transfert.

II.3. Analyseur de Fourier élémentaire.
On met à l'entrée de ce circuit II le signal e(t) représenté ci-dessous.

avec f =1/T= 3,0 kHz et E = 10 V.



On montre que l'on peut décomposer le signal e(t) en une combinaison linéaire de sinusoïdes sous la forme : $e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi}\cos(2\pi.f.t) + \frac{2E}{3\pi}\cos(2\pi.3f.t) + \frac{2E}{5\pi}\cos(2\pi.5f.t) + ...$

II.3.a. Comment s'appellent les diverses termes qui apparaissent dans l'expression de e(t) ?
II.3.b. Tracer l'allure du signal de sortie s(t) si le circuit II est réglé pour f_0 = 3,0 kHz et Q = 20.
II.3.c. Comment pourrait-on utiliser le circuit II pour déterminer le spectre en fréquence de e(t) ?

Facultatif (difficile) :
II.3.d. Tracer l'allure de la sortie si f_0 = 100 kHz et Q = 1.
II.3.e. Même question si f_0 = 100 Hz et Q = 1.

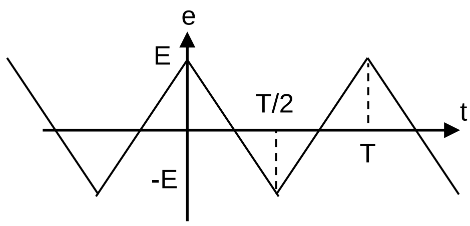
Exercice 9 :

Soit un filtre passe-haut du premier ordre de gain nul (en dB) en hautes fréquences et de fréquence de coupure f_0.

1- Donner la fonction de transfert de ce filtre. Tracer son diagramme de Bode en amplitude et en phase.

A l'entrée de ce filtre on a un signal triangulaire de la forme :
E = 1V et T = 5 ms
Le développement en série de Fourier s'écrit :

$e(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$



2- Que pouvez-vous dire des b_k ?
3- On donne $a_k = \frac{4E(1-(-1)^k)}{k^2\pi^2}$. Tracer l'allure du spectre jusqu'à l'harmonique de rang 5.
4- Quelle est la nature du signal de sortie du filtre (forme, fréquence et amplitude) dans les deux cas suivants : f_0 = 10 Hz, f_0 = 20 kHz?

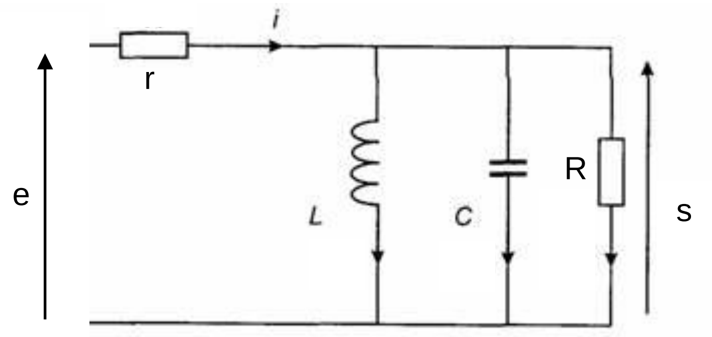
Exercice 10 :

On reprend le signal créneau de la fin de l'exercice 3 que l'on filtre à l'aide d'un filtre passe-bande idéal de bande passante : [5kHz ; 16 kHz].

1- Représenter l'allure du spectre du signal d'entrée.
2- Tracer le module de la fonction de transfert du filtre en fonction de la fréquence.
3- Représenter le spectre du signal de sortie.
4- Donner l'équation du signal de sortie.

<u>Exercice 11</u> :

On considère le circuit suivant :



1- L'opérateur est-il linéaire ?
2- Etablir l'équation différentielle reliant l'entrée et la sortie.
3- Quelle est l'allure de la sortie pour un signal d'entrée nul ?
4- Etablir la fonction de transfert à partir de l'équation différentielle.
5- Etablir la fonction de transfert sans passer par l'équation différentielle.
6- Déterminer la nature du filtre à partir d'une analyse qualitative du circuit, puis à partir du comportement asymptotique de la fonction de transfert.
7- Proposer une forme canonique de la fonction de transfert en mettant en évidence une pulsation propre ω_0, un gain maximum H_0 et un facteur de qualité Q.
8- Tracer l'allure du gain en fonction de la pulsation pour Q = 0,5; 1 et 10.
9- A quelle propriété correspond à ω_0/Q ?
10- Tracer l'allure du déphasage entre la sortie et l'entrée. Le signal de sortie peut-il être en avance sur le signal d'entrée ?

Le dipôle r modélise en fait un opérateur électronique actif, c'est-à-dire alimenté par une source externe, ce qui implique que r peut être positif ou négatif.

11- Discuter la stabilité selon la valeur de r.
12- Proposer une valeur limite r_L pour laquelle le signal de sortie est sinusoïdal pour une entrée nulle. Interpréter cette valeur.

<u>Exercice 12</u> :

Un système fournit une tension de sortie vérifiant :
$s(t) = A + B\, e(t) + C\, e^2(t)$
Où e est une tension sinusoïdale alternative de fréquence f_0 d'amplitude 1V.

1- Le système en question est-il linéaire ?
2- Donner le spectre du signal de sortie.

Exercice demandant davantage de maîtrise

<u>Exercice 13</u> (extrait oral ENSAM 2016) :

Soit un filtre passe-bande de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On cherche à déterminer ses caractéristiques H_0, Q et ω_0 en étudiant sa réponse à une signal créneau e(t) de période T tel que :
- pour $0 \le t < T/2$: $e(t) = V_0$
- pour $T/2 < t \le T$: $e(t) = 0$

On rappelle le développement en série de Fourier de ce signal :

$$e(t) = \frac{V_0}{2} + \frac{2V_0}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\sin\big((2k+1)\omega_e t\big)$$

avec $\omega_e = 2\pi/T$

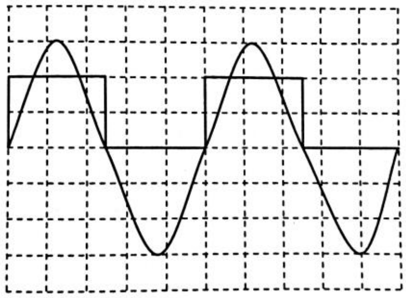
1ère expérience :

- voies 1 et 2 en position DC
- base de temps : 50 µs par carreau
- voie 1 : (rectangle) 0,5 V par carreau
- voie 2 : 2 V par carreau

La sortie est quasi-sinusoïdale.

Si on augmente légèrement la fréquence de l'entrée, l'amplitude de la sortie diminue.

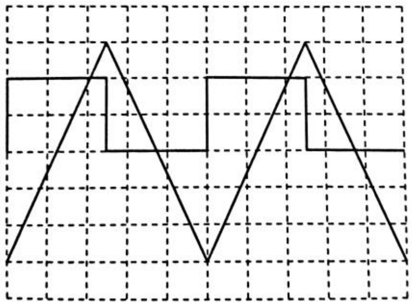
Si on diminue légèrement la fréquence de l'entrée, l'amplitude de la sortie diminue.



Première expérience

2ème expérience :

- voies 1 et 2 en position DC
- base de temps : 5 µs par carreau
- voie 1 : (rectangle) 2 V par carreau
- voie 2 : 0,2 V par carreau



Deuxième expérience

1- Comment peut-on vérifier à l'aide d'un oscilloscope numérique qu'un signal est sinusoïdal ?

2- Le signal d'entrée est-il alternatif ? Même question pour la sortie. Expliquer.

3- Expliquer l'allure de la sortie dans chaque expérience.

4- Déterminer H_0, Q et ω_0.