DS3 - 10/11/23

Optique ondulatoire

Conseils pour aborder le devoir

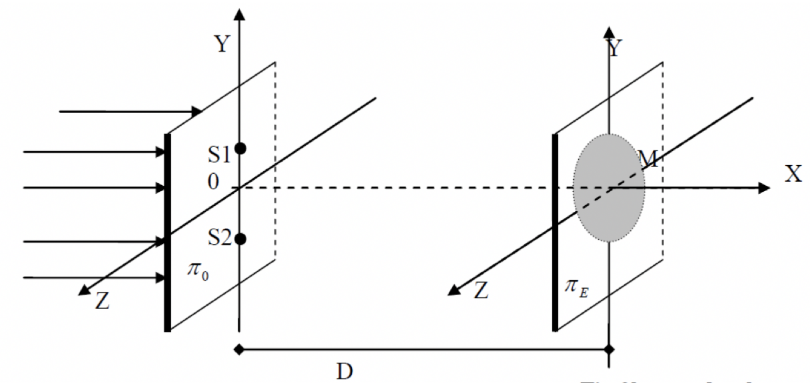
- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISÉES
Durée de l'épreuve : 2h

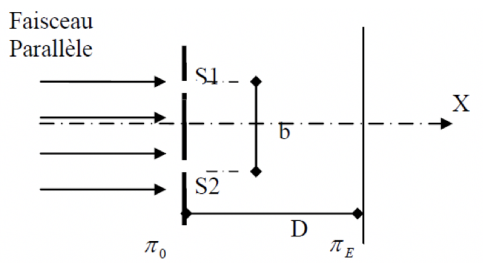
I - Mesures interférométriques

A - Dispositif interférentiel à deux trous d'Young

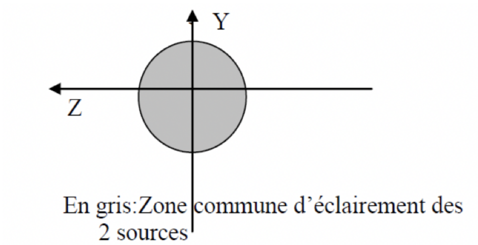
Le dispositif est celui représenté figure 1. Le faisceau arrive sur deux trous d'Young percés dans le plan π_0 (fig 1.a). Ces trous d'Young, éclairés par un faisceau incident parallèle se propageant dans la direction OX, se comportent comme deux sources lumineuses S_1, S_2 ponctuelles, monochromatiques, synchrones, cohérentes, distantes de b (fig 1.b) ; ces deux sources émettent une même lumière de longueur d'onde dans le vide λ_0. Elles sont symétriques par rapport à l'axe OX.
Ces ondes se propagent dans l'air d'indice optique absolu N_a.
On utilise le repère $(OXYZ)$, l'origine O étant au milieu de S_1S_2 (fig 1.a).
On observe des interférences dans la zone commune d'éclairement du plan π_E.
Cette zone est sensiblement un disque de rayon $R = 1$ cm (fig 1.a et 1.c).
On s'intéresse aux phénomènes en un point $M(x = D, y, z)$ du plan π_E.



(a) vue globale



(b) vue en coupe



(c) vue du plan Π_E

FIGURE 1 – Dispositif des trous d'Young

1. Préciser la signification des termes synchrone et cohérent.
2. Etablir la différence de marche δ en précisant les approximations réalisées.
3. Ecrire la forme des amplitudes vibratoires émises par S_1 et S_2 reçues au point M. Montrer que l'intensité lumineuse au point M est de la forme $I = K(1 + \cos(B))$ et expliciter B en fonction de δ et λ_0.
4. Reproduire et compléter la fig 1.c en dessinant l'allure géométrique des franges d'intensité maximale. Comment appelle-t-on ces franges ?
5. Evaluer le nombre de franges d'intensité maximale observable avec : $\lambda = 500$ nm, $b =$ 2 mm, $N_a = 1$; $D = 2$ m.

B - Montage expérimental

On reprend le montage précédent, mais on observe, à présent, les phénomènes sur un écran π situé dans le plan focal image d'une lentille convergente (L_2). Cette lentille, fonctionnant dans les conditions de Gauss, sera considérée comme parfaitement stigmatique pour ses points conjugués. Les trous d'Young sont symétriques par rapport à l'axe optique OX de la lentille L_2.

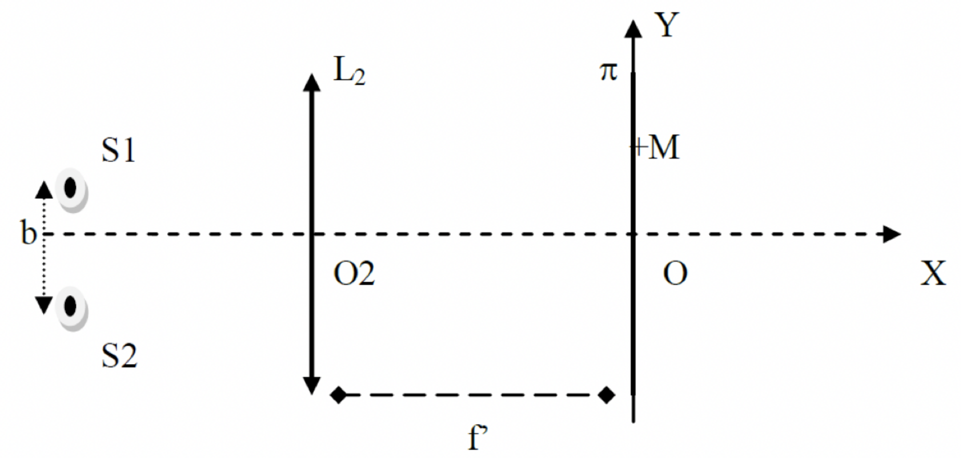


FIGURE 2 – Montage pour observation à l'infini

On regarde ce qui se passe en un point M d'ordonnée Y du plan Π. On suppose que S_1 et S_2 sont en phase.

6. Montrer que la différence de chemin optique δ' entre l'onde arrivant en M issue de S_2 et celle issue de S_1 est $\delta' = N_a \dfrac{bY}{f'}$. On justifiera de manière précise, à l'aide de schémas, les raisonnements utilisés.

C - Mesure d'indice de réfraction

Le dispositif de mesure comprend une source de lumière monochromatique S, ponctuelle, de longueur d'onde dans le vide λ_0, placée au foyer objet d'une lentille convergente L_1 (fig 3).
Entre les deux lentilles L_1 et L_2 (considérées comme minces, identiques, de distance focale f'), on dispose deux cuves C_1 et C_2 identiques de longueur L.
Deux fentes d'Young séparées de la distance b sont placées avant L_2 symétriquement par rapport à l'axe SO.
On observe sur un écran π dans le plan focal image de L_2.
Les points S et O sont sur l'axe optique commun de L_1 et L_2. L'ensemble se trouve dans l'air.
La cuve C_2 contient de l'air d'indice optique absolu N_a ; la cuve C_1 contient un gaz d'indice optique absolu N_1.

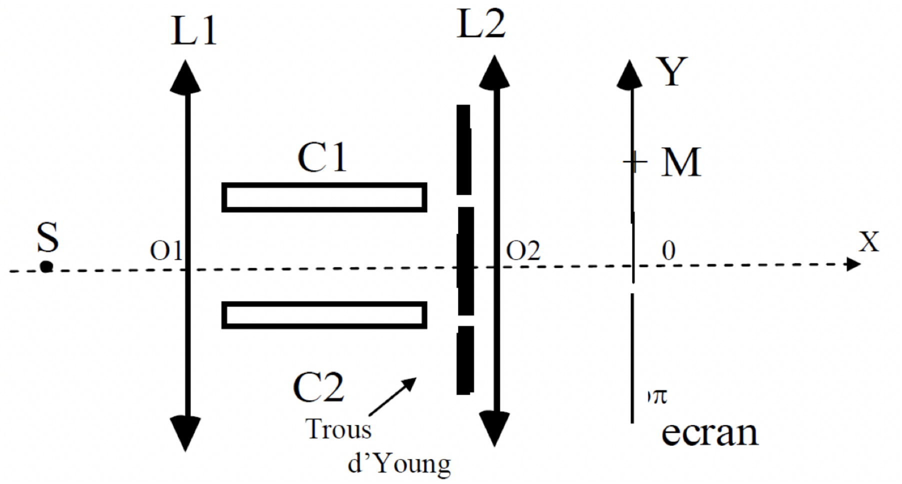


Figure 3 – Dispositif de mesure

7. Déterminer la différence de chemin optique δ'' entre une onde issue de S arrivant en M en étant passée par C_2 et celle qui est passée par C_1.
On donnera le résultat en fonction de N_a, N_1, b, f', L et l'ordonnée Y de M sur Π.

8. Tous les résultats trouvés en Q**3.** sont valides avec cette expression de δ'' ; déterminer l'interfrange i'.

Un capteur placé en O ($Y = 0$) est couplé à un compteur qui s'incrémente de 1 unité à chaque détection d'une frange brillante. On part d'un état initial où les cuves C_1 et C_2 sont remplies d'air.

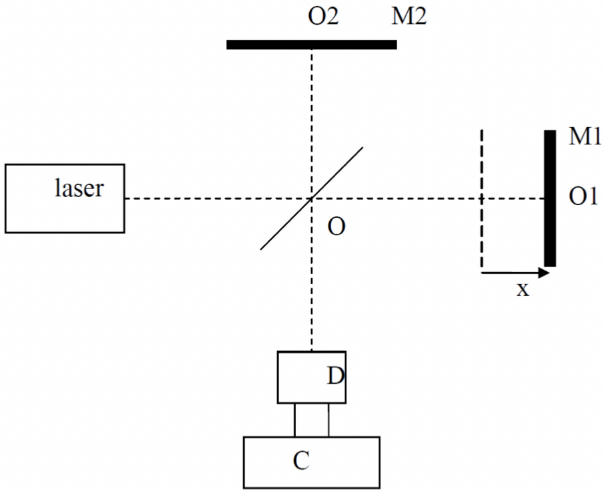
9. Quel est l'ordre d'interférence p_o initial en O ?

10. On remplace progressivement l'air de la cuve C_1 par du gaz d'indice N_1 ($N_1 > N_a$). Lorsque C_1 est uniquement rempli de ce gaz, le détecteur s'est incrémenté de k unités. Préciser le nouvel ordre en $Y = 0$ et le sens dans lequel le système de frange a défilé (on attend ici une réponse argumentée).

11. Déterminer l'expression littérale de N_1 en fonction de N_a, k, L et λ_0

D - Suivi de déplacement

On utilise un dispositif de Michelson à deux miroirs parfaitement orthogonaux, éclairés par un fin pinceau lumineux monochromatique émis par un LASER On se ramène au modèle dans lequel la séparatrice, inclinée à 45°, est idéale (elle est semi réfléchissante, infiniment mince et n'introduit aucun déphasage) (fig4).



M_2 : miroir fixe ($OO_2 = d$)
M_1 : miroir lié à la cible $OO_1 = d + x(t)$ avec $x(0) = 0$

FIGURE 4 – Schématisation du Michelson

12. Déterminer l'intensité lumineuse I arrivant sur le détecteur D en fonction de $x(t)$.

13. Le détecteur D élimine la composante constante du signal et donne une tension U_d proportionnelle à la composante variable de l'intensité I. Montrer que $U_d = U_0 \cos(\Phi)$ et expliciter Φ en fonction de x et des données.

Le détecteur D est couplé à un compteur C incrémenteur de franges (cf partie C). Le compteur est à 0 lorsque $t = 0$.

14. On envisage un déplacement de la cible toujours dans le même sens sur une longueur $L = 200\lambda$; quelle sera l'indication du compteur ?

15. On déplace à présent M_1 de $L_1 = 100\lambda$ dans un sens puis de $L_1' = 100\lambda$ en sens inverse. Donner l'abscisse finale de la cible et l'indication du compteur dans ce cas.

16. A quelle grandeur accède-t-on finalement par ce dispositif interférentiel ?

On interpose sur le bras OO_2, une lame d'indice N et d'épaisseur e, dans le but que le détecteur D délivre la tension $U_d = U_0 \sin(\Phi)$, Φ ayant la même expression que celle trouvée en Q**13.**

17. Donner l'expression littérale des épaisseurs possibles de la lame pour qu'il en soit ainsi.

E - Largeur spectrale d'une raie d'émission

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde τ_0) de la raie $\lambda_0 \simeq 500$ nm du mercure (Hg).
La transition radiative d'un atome conduit à l'émission d'un train d'onde de durée finie τ_0. La raie spectrale correspondante n'est donc pas strictement monochromatique. On a alors une raie spectrale centrée sur $\nu_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$, de largeur caractéristique à mi-hauteur $\Delta\nu = \dfrac{1}{\nu_0}$.
L'intensité émise au niveau de la source appartenant au domaine spectral $[\nu; \nu + d\nu]$ s'écrit alors $dI_0 = I_\nu(\nu)d\nu$ où $I_\nu(\nu)$ est l'intensité spectrale, fonction qui caractérise le spectre fréquentiel d'émission.

On modélise l'intensité spectrale $I_\nu(\nu)$ de la raie verte du mercure par un profil rectangulaire comme sur la figure 5.

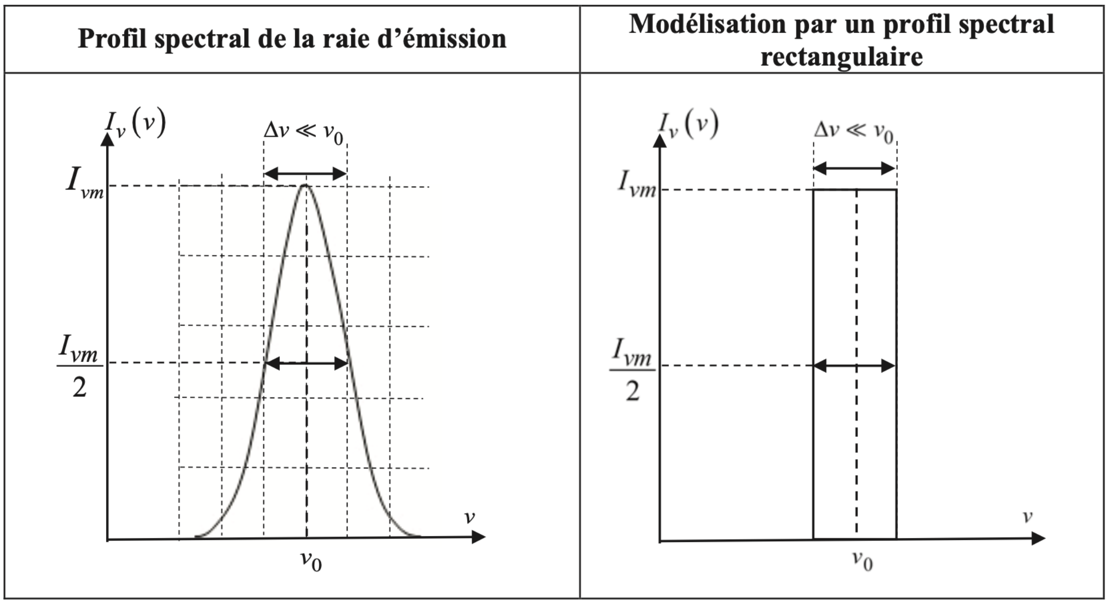


Figure 5 – Profils de raie

Dans notre modèle de raie rectangulaire, l'intensité totale de la source est donc donnée par :

$$I_0 = \int_{\nu_0-\Delta\nu}^{\nu_0+\Delta\nu} I_\nu(\nu)d\nu = I_{\nu,m}\Delta\nu$$

On éclaire l'interféromètre de Michelson de la figure 4 avec une lampe à vapeur de mercure dont on a isolé la raie verte de fréquence centrale $\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 500$ nm.

On observe les interférences au moyen du détecteur D.

18. Expliquer pourquoi on pourrait observer des brouillages. Exprimer la différence Δp d'ordre d'interférence en M entre une radiation de fréquence ν_0 et une autre de fréquence $\nu_0 + \dfrac{\Delta\nu}{2}$.
On suppose qu'on a réglé l'interféromètre au contact optique et qu'on « chariote » (déplace en translation) le miroir M_1.

19. Par un raisonnement semi-quantitatif, exprimer la valeur x_{lim} de la distance x correspondant à la frontière entre une vision en D d'anneaux bien contrastés et une perte de contraste au centre de ceux-ci.

20. Déterminer l'intensité $dI(D)$ donnée sur D par une petite bande du spectre de largeur spectrale $d\nu$ en fonction, entre autre, de $\tau = \dfrac{\delta}{c}$. À quoi correspond physiquement τ ?
Exprimer $p(\nu)$, l'ordre d'interférence en D pour une radiation de fréquence ν en fonction de τ.

21. Calculer alors l'intensité totale I donnée en D par la totalité du spectre de la source de lumière (en fonction de τ) ; mettre le résultat sous la forme :

$$I = I_0\left(1 + \Gamma(\tau)\cos(2\pi\nu_0\tau)\right)$$

où $\Gamma(\tau)$ est une fonction de τ à « variation lente » appelée « facteur de visibilité ».

22. Tracer le graphe de l'intensité I en fonction de τ. Quelle est la valeur de τ correspondant à la première annulation de contraste ? Comparer avec la durée du train d'onde et commenter.

Un moteur permet de translater le miroir mobile M_1 à la vitesse constante V_0 à partir de la position du contact optique.

23. On arrête la translation de M_1 à la valeur de 15,00 mm (à partir du contact optique) lorsque la première annulation de contraste est observée à l'écran. Déterminer la valeur expérimentale $\Delta\nu_{exp}$ de $\Delta\nu$. Conclure sur la durée du train d'onde.