

Les piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques ont la capacité de voir apparaître une différence de potentiel entre leurs faces lorsqu'on exerce sur elles une contrainte (effet direct) mais également de pouvoir se déformer sous l'action d'une différence de potentiel imposée (effet inverse), ce qui en fait des matériaux très intéressants sur le plan des applications. On propose ici d'étudier différentes utilisations de ces matériaux. Les quatre parties de ce problème sont indépendantes.

I Utilisation en capteur de forces

Les montages ci-après utilisent des amplificateurs linéaires intégrés (ALI) supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

IA – Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

On suppose qu'une force \vec{F} régulièrement répartie est exercée sur la face de la lame, celle-ci entraînant l'apparition d'une tension V_e à ses bornes et de deux charges opposées $+q$ et $-q$ sur les faces de la lame. La charge q est liée à V_e ainsi qu'à la force \vec{F} exercée de sorte que $q = CV_e = KF$ où C , K et F représentent respectivement une capacité, une constante de proportionnalité et l'intensité de la force F .

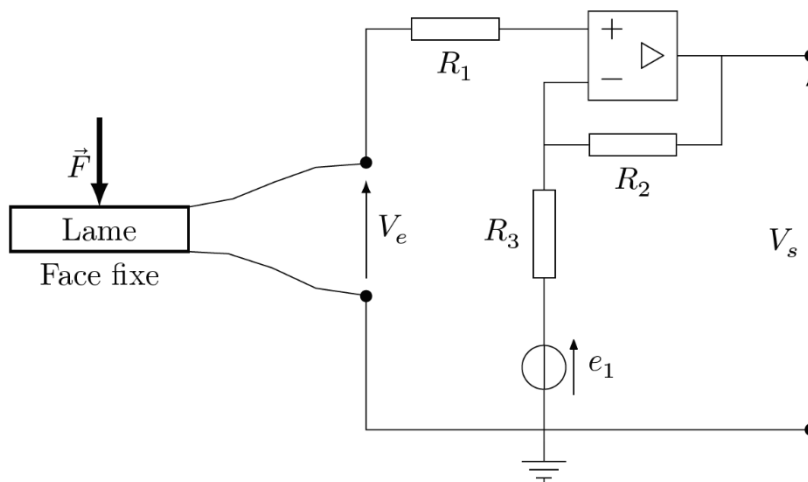


Figure 1

Q 1. Après avoir rappelé le modèle de l'amplificateur linéaire intégré idéal, exprimer la tension V_e en fonction de e_1 , V_s et des différentes résistances (figure 1).

Application numérique

Q 2. On donne : $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 4,0 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $e_1 = 100 \text{ mV}$. On mesure $V_s = 5,0 \text{ V}$, en déduire V_e .

Q 3. Sachant que $C = 8,0 \cdot 10^{-13} \text{ F}$ et que $K = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{N}^{-1}$, déterminer l'intensité de la force \vec{F} s'exerçant sur la lame.

IB – Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame

On considère que la lame est soumise à une action mécanique variant sinusoïdalement dans le temps à la fréquence f , fréquence que l'on se propose de déterminer à l'aide du montage de la figure 2.

Q 4. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre de la figure 2 et la mettre sous la forme, en précisant les expressions de A , ω_1 et ω_2 en fonction de R_1 , R_2 , C_1 et C_2 :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{A}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega}\right)}$$

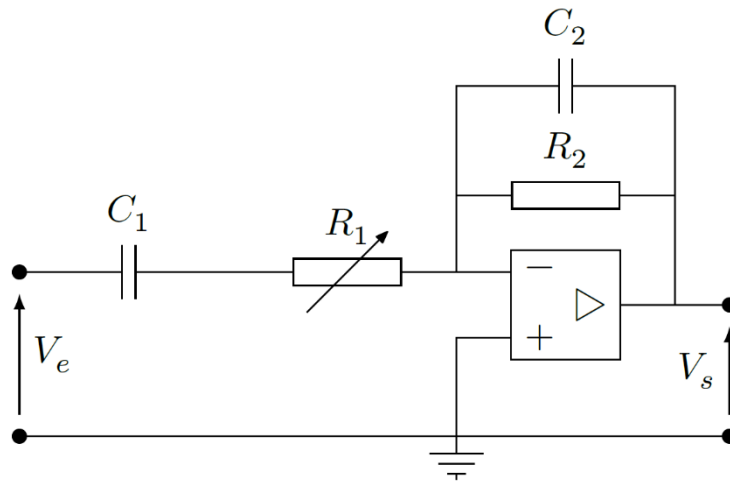


Figure 2

Q 5. Indiquer quelle est la nature de ce filtre.

Q 6. Montrer que le gain passe par un maximum pour une pulsation ω que l'on exprimera en fonction de ω_1 et ω_2 .

On ajuste à présent la résistance R_1 de manière à ce que les signaux d'entrée et de sortie soient en opposition de phase.

Q 7. Comment peut-on vérifier expérimentalement que les deux signaux sont en opposition de phase ? Indiquer quel matériel peut être utilisé pour cette opération et comment le relier au montage.

Q 8. Déterminer la fréquence de la contrainte s'exerçant sur la lame. Calculer sa valeur numérique sachant que $R_2 = 1,0 \cdot 10^2 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 50 \text{ nF}$, $C_2 = 5,0 \text{ nF}$ et qu'il a fallu régler R_1 à $10 \text{ k}\Omega$ de manière à ce que les deux signaux soient en opposition de phase.

II Détecteur de tension

On dispose d'un amplificateur linéaire intégré (alimenté en $+15\text{V}/-15\text{V}$), d'une diode électroluminescente (LED) et de divers dipôles. La LED a une tension à ses bornes égale à $U_d = 2 \text{ V}$ lorsqu'elle éclaire et la puissance maximale qu'elle peut dissiper est égale à $P_{max} = 100 \text{ mW}$. On supposera de plus que sa résistance interne est négligeable. Elle est symbolisée comme indiqué figure 3.

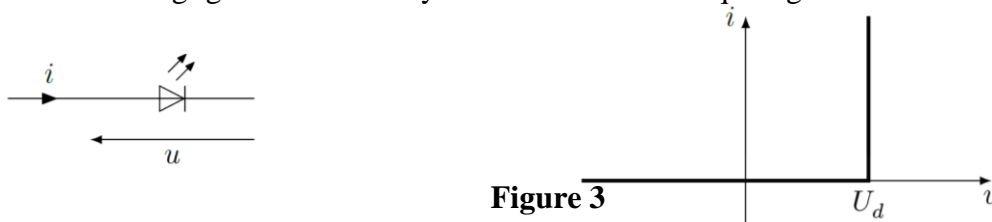


Figure 3

Q 9. Proposer un montage qui permettrait de faire briller la LED lorsque la tension aux bornes du quartz devient supérieure à une valeur limite, cette dernière permettant de différencier le cas d'un freinage brusque (tension aux bornes du piézoélectrique de $V_f = 0,2 \text{ V}$) d'un choc (tension aux bornes du piézoélectrique de $V_c = 3 \text{ V}$). On indiquera la démarche et le choix des composants choisis. Cette question, significativement valorisée au niveau du barème, nécessite de faire preuve d'initiative.

III Microgénérateur piézoélectrique

Un élément piézoélectrique est collé à une « poutre », qui se met en mouvement sous l'effet de vibrations extérieures. L'élément piézoélectrique transforme l'énergie récupérée en énergie électrique, ce qui constitue une source autonome de puissance.

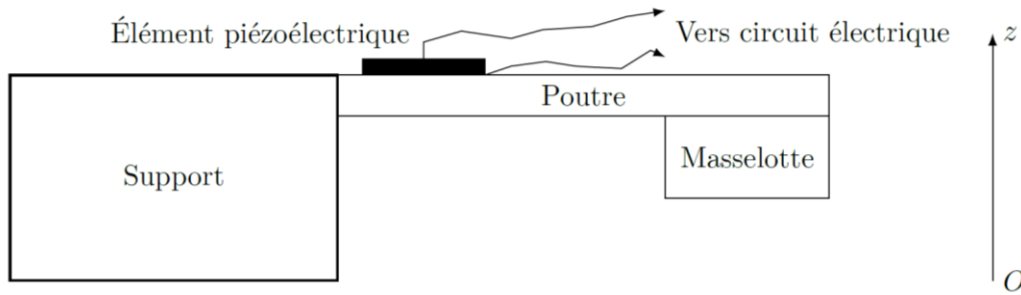


Figure 4

On appelle \vec{F}_E la force excitatrice ambiante, supposée sinusoïdale : $\vec{F}_E = F_E \vec{u}_z = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On travaille dans un référentiel terrestre. On se place en régime sinusoïdal forcé.

III.A – Le déplacement vertical du centre d'inertie de la poutre peut être modélisé par l'équation mécanique :

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \alpha \frac{dz}{dt} + kz = F_E$$

Q 10. Que représente le terme $\frac{d^2 z}{dt^2}$?

Q 11. Indiquer à quel type de forces correspondent $-kz$ et $-\alpha \frac{dz}{dt}$. Expliquer qualitativement quelles caractéristiques de la poutre sont modélisées par ces forces.

III.B –

Q 12. On pose $z(t) = \text{Re}(Z_m e^{j\omega t})$. Exprimer Z_m , amplitude complexe de la vibration mécanique suivant l'axe vertical (Oz).

Dans toute la suite de cette partie III on se place à la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/M}$.

Q 13. Décrire, à cette pulsation, le mouvement du centre d'inertie de la poutre.

Q 14. Dédire de ce qui précède l'expression de la vitesse de déplacement vertical v_z du centre d'inertie de la poutre en fonction de F_0 , α , ω_0 et du temps.

III.C – La partie électrique du dispositif peut être modélisée de la façon suivante : une source de courant d'intensité βv_z est disposée en parallèle avec un condensateur de capacité C_0 et une résistance d'utilisation R . Soit V la tension aux bornes de R . On veut montrer que la puissance moyenne récupérée par le dipôle d'utilisation est proportionnelle au carré de F_0 .

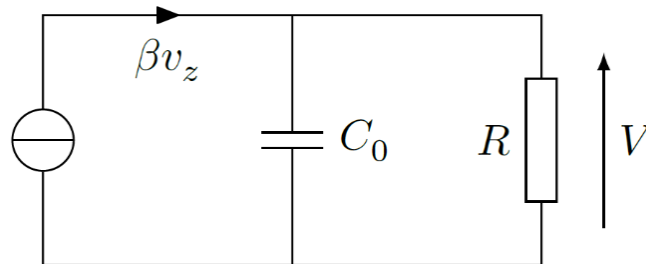


Figure 5

Q 15. Que représente la capacité C_0 ?

Q 16. β est appelé facteur de force : c'est le rapport entre la force appliquée à la lame piézoélectrique et la tension aux bornes de celle-ci. Montrer que βv_z est homogène à l'intensité d'un courant électrique.

Q 17. Exprimer \underline{V}_m , amplitude complexe de la tension aux bornes de la résistance d'utilisation en fonction de α , β , F_0 , R , C_0 et ω_0 . Donner l'amplitude des oscillations de la tension V .

IV Oscillateurs

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

IV.A – Dans le circuit électrique d'oscillation est ajoutée une « contre-réaction » ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure 6.

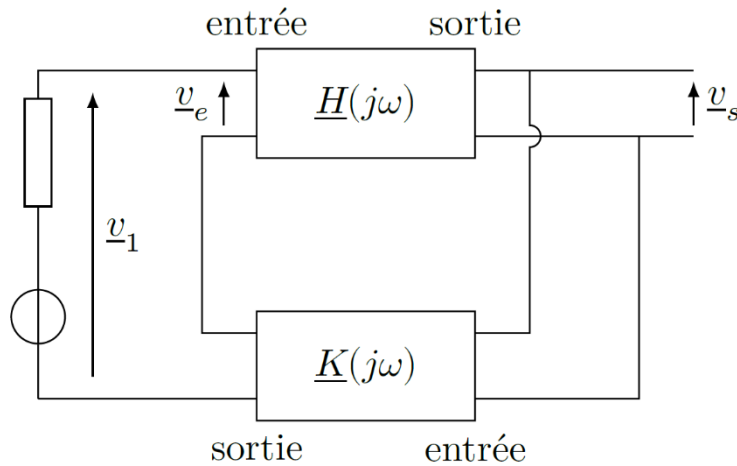


Figure 6

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert :

Q 18. entre \underline{v}_s et \underline{v}_e ;

Q 19. entre \underline{v}_s , \underline{v}_e et \underline{v}_1 .

Q 20. En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = \underline{v}_s/\underline{v}_1$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

Q 21. Donner une relation vérifiée par $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ qui permette d'avoir un oscillateur.

En déduire deux relations :

Q 22. entre les gains $|\underline{H}(j\omega)|$ et $|\underline{K}(j\omega)|$ notée relation (R1) ;

Q 23. entre les phases $\arg(\underline{H}(j\omega))$ et $\arg(\underline{K}(j\omega))$ notée relation (R2).

IV.B – Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité C et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance R . Le circuit correspondant est représenté sur la figure 7.

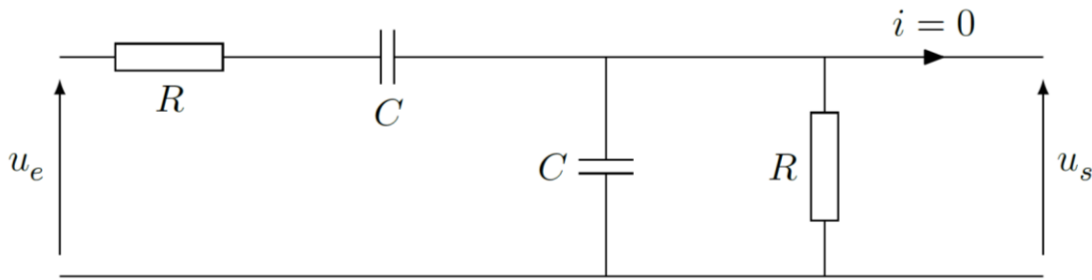


Figure 7

Q 24. Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$ de ce filtre.

Q 25. Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de R et de C . Que vaut $|\underline{K}(j\omega)|$ à la résonance ?

Q 26. Représenter l'allure du gain $|\underline{K}(j\omega)|$ de ce filtre en fonction de ω .

IV.C – Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la figure 8 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

On choisit de se placer à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Les notations employées ici sont volontairement similaires à celles de la figure 6.

Q 27. Exprimer, uniquement en fonction de R , l'impédance complexe de la branche où R et C sont en série.

Q 28. Même question pour R et C en parallèle.

Q 29. Que vaut le rapport $|\underline{v}/\underline{v}_s|$? Commenter par rapport à l'étude faite en IV.B.

Q 30. Exprimer la différence de potentiel \underline{v} en fonction de \underline{v}_e , \underline{v}_s , R_1 et R_2 .

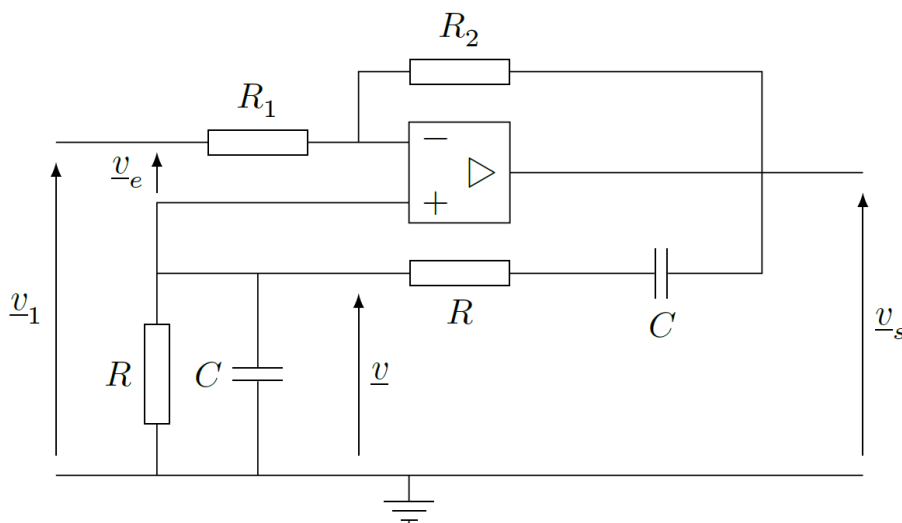


Figure 8

Q 31. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega_0)$.

Q 32. Proposer des valeurs de R_1 et de R_2 permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.

IV.D – Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la figure 9 qui résume assez bien son comportement.

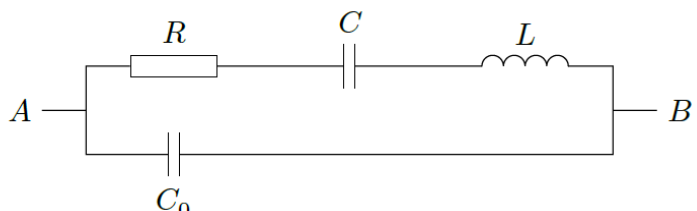
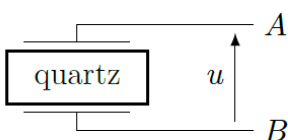


Figure 9

Q 33. Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, *qualitativement*, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.

La courbe de la figure 10 représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz : $Im(\underline{Z}_{AB})$ en fonction de la fréquence. Dans toute la suite on considère que la résistance R est négligeable.

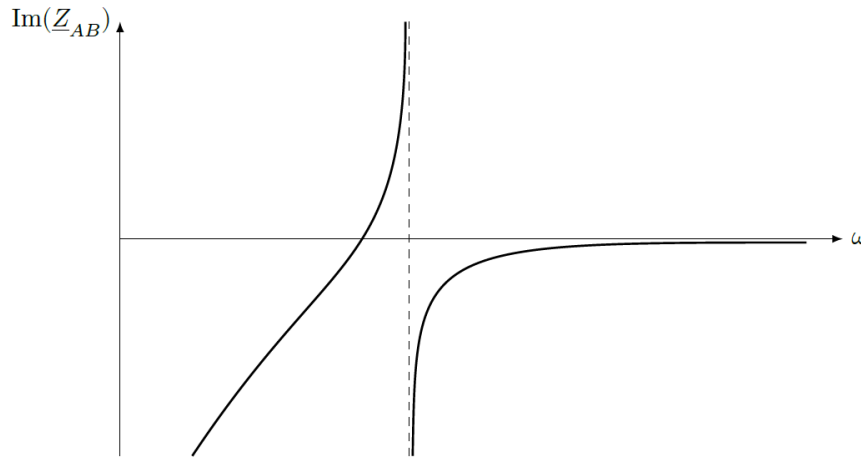


Figure 10

Q 34. Après avoir calculé la partie imaginaire de \underline{Z}_{AB} , l'impédance équivalente du quartz, déterminer deux pulsations remarquables ? Est-ce cohérent avec la courbe de la figure 10 ?

Q 35. Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif ?